

Exercice 1

Soit  $f$  la fonction de  $\mathbf{C}$  dans  $\mathbf{C}$  qui à tout nombre complexe  $z$  différent de  $i$ , fait correspondre

le nombre  $f(z) = \frac{z+2}{z-i}$ .

Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormal direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ , les points  $A$ ,  $B$  et  $M$  ont pour affixes respectives :  $i$  ;  $(-2)$  et  $z$ .

1) Donner une interprétation géométrique de l'argument de  $f(z)$ .

2) Quel est l'ensemble  $E$  des points  $M$  d'affixe  $z$  tels que  $f(z)$  soit réel ? Tracer  $E$ .

3) Quel est l'ensemble  $F$  des points  $M$  d'affixe  $z$  tels que  $f(z)$  soit imaginaire pur ? Tracer  $F$ .

3) Quel est l'ensemble  $G$  des points  $M$  d'affixe  $z$  tels que  $|f(z)| = 1$  ? Tracer  $G$ .

3) Quel est l'ensemble  $H$  des points  $M$  d'affixe  $z$  tels que  $|f(z)| = 2$  ? Tracer  $H$ .

Exercice 2

Soient les nombres complexes  $z_1 = \sqrt{6} + i\sqrt{2}$  et  $z_2 = 1 - i$ .

1) Déterminer le module et l'argument de  $z_1$  et  $z_2$ .

2) a) Ecrire  $\frac{z_1}{z_2}$  sous la forme algébrique.

b) Ecrire  $\frac{z_1}{z_2}$  sous la forme trigonométrique.

c) En déduire  $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$  et  $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ .

3) En déduire  $\sin\left(\frac{19\pi}{12}\right)$ .