Suite aléatoire

Énoncé

On considère une suite (S_n) définie par le lancer d'une pièce équilibrée de la façon suivante :

$$S_0 = 0 \quad \text{et} \quad \begin{cases} S_{n+1} = S_n + 1 & \text{si on obtient PILE} \\ S_{n+1} = S_n - 1 & \text{si on obtient FACE} \end{cases}.$$

On note A_n l'événement « obtenir $S_n = 0$ ».

On s'intéresse à la probabilité de réaliser l'événement A_n pour un entier n non nul donné.

Étude expérimentale

1. En utilisant un tableur, effectuer une simulation donnant les 11 premiers termes de 1 000 suites définies de la même façon que (S_n).

   Existe-t-il des valeurs de n pour lesquelles l'événement A_n est impossible ? Justifier votre réponse.

   Appeler l'examinateur pour présenter votre simulation et votre justification.

2. (a) Donner les fréquences d'apparition de l'événement A_n pour n variant de 1 à 10.

   (b) Faire d'autres simulations de même taille pour compléter le tableau suivant :

Fréquences d'apparition de A_n										
n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Simulation n° 1										
Simulation n° 2										
Simulation n° 3										
Simulation n° 4										
Simulation n° 5										

Appeler l'examinateur pour une vérification.

Étude mathématique

3. Déterminer les probabilités de réaliser les événements A_2, A_4 et A_6.

   Appeler l'examinateur pour une vérification.

4. Donner une expression de $p(A_n)$ en fonction de la parité de n.

Production demandée

- Présentation orale des premiers termes des suites puis du tableau des fréquences des 5 simulations ;
- Calcul de $p(A_2)$, de $p(A_4)$ et de $p(A_6)$;
- Justification de la méthode de calcul de $p(A_n)$.