

## Étude de lieux géométriques

### Énoncé

Dans le plan muni d'un repère orthonormal direct  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ , on considère les points  $A(1; 0)$  et  $B(0; 1)$ . À tout point  $M$  du segment  $[AB]$ , on associe les points  $P$  et  $Q$ , projetés orthogonaux respectifs de  $M$  sur les droites  $(OA)$  et  $(OB)$ , et les points  $R$  et  $S$ , sommets du carré  $PRQS$  de diagonale  $[PQ]$  tels que  $(\vec{PR}, \vec{PS}) = \frac{\pi}{2}$ . On note aussi  $I$  le milieu du segment  $[PQ]$ .

Le but de l'exercice est d'étudier les lieux des points  $R$  et  $S$  lorsque  $M$  décrit le segment  $[AB]$ .

1. (a) Réaliser une figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

Appeler l'examineur pour vérification de la figure.

- (b) Visualiser les lieux des points  $R$  et  $S$  quand  $M$  décrit le segment  $[AB]$ , puis émettre une conjecture sur la nature de ces lieux.

Appeler l'examineur pour vérification de la conjecture.

- (c) Déterminer de manière expérimentale une équation du lieu du point  $S$ .

Appeler l'examineur pour vérifier la réponse et expliquer les manipulations effectuées.

2. Dans cette question, on se propose d'étudier ces conjectures en se plaçant dans le plan complexe. On appelle  $x$  l'abscisse du point  $M$ , avec  $x \in [0; 1]$ .

- (a) Montrer que l'affixe de  $M$  est :  $x + i(1 - x)$ .
- (b) Déterminer l'affixe de  $R$  ou celle de  $S$ . Justifier l'une des conjectures émises à la question 1.

### Production demandée

- Visualisation à l'écran de la figure ;
- Démarches et réponses argumentées pour les questions 2.(a) et 2.(b).