Construction approchée de Courbes Intégrales

La fonction logarithme népérien

On veut construire la courbe « approchée » d'une fonction f définie sur] 0 ; +∞ [vérifiant :

- **f(1) = 0**
- **f ' (x)= $\frac{1}{x}$**

On va utiliser le tableur *Excel* afin d'obtenir un Tableau de Valeurs :

① Recopier les deux premières lignes du tableau ci-dessous :

	A	B	C	D
1	x	f ' (x) = 1/x	pas : h	valeur approchée de f(x)
2	1		0,2	0

② Quel nombre lit-on dans la cellule A2 : ………….. dans la cellule C2 : ………………….

③ Dans la cellule B2 taper la formule : =1/A2 puis taper sur Enter ↵

Modifier le nombre de la cellule A2, quel résultat obtient on dans la cellule B2 ?

………...

A quoi sert la formule =1/A2 ?

………...

Taper à nouveau le nombre 1 dans la cellule A2.

Si, dans la cellule A3 on tape la formule =A2+C2, que va-t-on obtenir ?

………………………………..

Taper la formule précédente et vérifier.

④ Taper les formules suivantes :

- **dans la cellule B3 : =1/A3**
- **dans la cellule C3 : =C2**

Vous devez obtenir le tableau suivant :

	A	B	C	D
1	x	f ' (x) = 1/x	pas : h	valeur approchée de f(x)
2	1	1	0,2	0
3	1,2	0,83333333	0,2	

⑤ On sait que f(1) = 0 et que f ' (x)= $\frac{1}{x}$, en déduire une valeur approchée de f(1,2) :

f(1,2) ≈ f ' (……)×…… + f(……)

Dans quelle cellule lit-on :

- **f ' (1) ? ………………….**
- **f(1) ? …………………..**
- **que lit-on dans la cellule C3 ? ………………….**

En déduire la formule à taper dans la cellule D3 pour obtenir une valeur approchée de f(1,2).

⑥ Inspirez-vous de ce qui précède pour taper sur la ligne 4 les formules afin d'obtenir le tableau suivant :

	A	B	C	D
1	x	f ' (x) = 1/x	pas : h	valeur approchée de f(x)
2	1	1	0,2	0
3	1,2	0,83333333	0,2	0,2
4	1,4	0,71428571	0,2	0,366666667

⑦ Demander à votre professeur de vous apprendre à « tirer » une formule vers le bas.

- **A l'aide du tableau de valeurs obtenu construire la courbe de f pour x ∈ [1 ; 2]**
- **Donner une valeur approchée de f(2) : ………….**

⑧ Conserver les 3 premières lignes de votre tableau et supprimer le reste afin d'obtenir :

	A	B	C	D
1	x	f ' (x) = 1/x	pas : h	valeur approchée de f(x)
2	1	1	0,2	0
3	1,2	0,83333333	0,2	0,2
4				

⑨ **dans la cellule A2 taper le nombre 2, dans la cellule C2 taper 1 et dans la cellule D2 taper 0,75 puis tirer vers le bas afin d'obtenir le tableau suivant :**

	A	B	C	D
1	x	f ' (x) = 1/x	pas : h	valeur approchée de f(x)
2	2	0,5	1	0,75
3	3	0,33333333	1	1,25
4	4	0,25	1	1,583333333
5	5	0,2	1	1,833333333
6	6	0,16666667	1	2,033333333
7	7	0,14285714	1	2,2
8	8	0,125	1	2,342857143
9	9	0,11111111	1	2,467857143
10	10	0,1	1	2,578968254

Compléter votre graphique.
La courbe obtenue représente une nouvelle fonction, étudiée en Terminale et appelée Logarithme Népérien. On la notera Ln(x).

Calcul approché de Ln(2) :

① **Modifier les cellules A2, C2 et D2 puis effacer tout à partir de la ligne 4 afin d'obtenir le tableau suivant :**

	A	B	C	D
1	x	f ' (x) = 1/x	pas : h	valeur approchée de f(x)
2	1	1	0,01	0
3	1,01	0,99009901	0,01	0,01

② **Tirer vers le bas et lire à la ligne 102 une valeur approchée de f(2) = Ln(2) ≈…………………**
Quel résultat affiche votre calculatrice ? ………………………….
Quel est en valeur absolue la différence entre les deux résultats ?
………………………………………
③ **Tirer à nouveau vers le bas et donner une valeur approchée de Ln(3) ≈…………………**

La fonction exponentielle e^x :

Cette fonction est définie sur ℝ et vérifie :

- **f(0) = 1**
- **f ' (x) = f(x)**

En utilisant un pas h = 0,01 on veut donner une valeur approchée de f(1)= e^1
① **Effacer votre tableau précédent puis recopier les deux premières lignes du tableau suivant :**

	A	B	C	D
1	x	f ' (x) = f(x)	pas : h	valeur approchée de f(x)
2	0	=D2	0,01	1

② **Compléter afin d'obtenir une valeur approchée de f(0,01)**

f(0,01) ≈ f ' (……)×…… + f(……)

En déduire la formule à taper dans la cellule D3.
Dans la cellule B3, taper la formule : =D3.
Dans la cellule A3, taper la formule : ………………….
Dans la cellule C3, taper la formule : =C2.
Afin d'obtenir le tableau ci-dessous :

	A	B	C	D
1	x	f ' (x) = f(x)	pas : h	valeur approchée de f(x)
2	0	1	0,01	1
3	0,01	1,01	0,01	1,01

Puis tirer vers le bas pour trouver une valeur approchée de e^1 ≈ ………….
Vérifier avec votre calculatrice.