Modèle de Malthus

Mathématiques complémentaires

Thème d'étude : Modèle d'évolution niveau 1 — Comparaison de suites arithmétique et géométrique

Compétences : **Calculer**, **Modéliser**

Prérequis : suites arithmétiques et géométriques

En 1798, l'économiste et révérend britannique Thomas Malthus (1766-1834) s'intéresse dans son ouvrage « *An Essay on the Principle of Population* » à l'évolution de la **population en Angleterre** et à l'évolution de la **production agricole** lui permettant de se nourrir. *Son modèle prévoit-il une famine, et si oui à quelle date ?*

Document 1 — Malthus, chapitre 2 (source : esp.org)

Population, when unchecked, increased in a geometrical ratio, and subsistence for man in an arithmetical ratio. (...) In the United States of America, (...) the population has been found to double itself in twenty-five years. (...) population, when unchecked, goes on doubling itself every twenty-five years or increases in a geometrical ratio. (...) Let us then take this for our rule, though certainly far beyond the truth, and allow that, by great exertion, the whole produce of the Island might be increased every twenty-five years, by a quantity of subsistence equal to what it at present produces. (...) Yet this ratio of increase is evidently arithmetical. The population of the Island is computed to be about seven millions, and we will suppose the present produce equal to the support of such a number.

Document 2 — Un choc idéologique (source : ined.fr)

L'*Essai* du révérend Malthus causa, en 1798, un véritable choc idéologique dans une Angleterre en crise, traumatisée par la Révolution française. Ce texte contient la première formulation du principe de population. Avancée fondamentale, ce principe affirme que les vitesses de croissance de la population et des subsistances sont très différentes, la première augmentant plus rapidement que la seconde. Par la façon dont il pose la question de l'équilibre entre population et ressources, ce texte demeure une référence majeure dans l'histoire des idées.

Partie A : Modéliser l'évolution de la population par une suite

1) D'après le texte, la population, lorsqu'elle ne rencontre aucun obstacle, double à quelle fréquence ?
2) Vérifier que si la population augmente d'environ 2,8 % en moyenne chaque année, alors elle aura doublé au bout de 25 ans.
3) On note U_n le nombre d'habitants **en Angleterre**, exprimé en millions, en $1798+n$ où n est un entier naturel.
   a) D'après le texte, combien vaut U_0 ?
   b) Calculer le nombre d'habitants en Angleterre en 1799 et en 1800 avec ce modèle.
   c) Exprimer U_{n+1} en fonction de U_n.
   d) Quelle est la nature de la suite (U_n) ? Quel élément du texte retrouvez-vous ?

Partie B : Modéliser l'évolution de la population nourrie par la production agricole par une suite

1) D'après le texte :
   a) combien de personnes Malthus estime-t-il nourries par la production agricole en 1798 ?
   b) combien de personnes supplémentaires estime-t-il nourries par la production agricole 25 ans plus tard ?
   c) en moyenne, combien l'agriculture permet-elle de nourrir de personnes en plus par an ?
2) On note V_n le nombre de personnes nourries par l'agriculture **en Angleterre**, exprimé en millions, en $1798+n$ où n est un entier naturel.
   a) Donner V_0.
   b) Calculer le nombre d'habitants nourris par l'agriculture en 1799 et en 1800 avec ce modèle.
   c) Exprimer V_{n+1} en fonction de V_n.
   d) Quelle est la nature de la suite (V_n) ? Quel élément du texte retrouvez-vous ?

Partie C : Comparer les deux suites

1) Exprimer U_n et V_n en fonction de n.
2) Calculer U_{50} et V_{50}. Interpréter ces valeurs dans le contexte de l'exercice. Que peut-on en déduire ?
3) La fonction suivante, écrite en langage Python, doit permettre de savoir en quelle année le modèle de Malthus a prédit une famine en Angleterre, sachant que les listes `Population` et `Production`, créées par compréhension, contiennent les 50 premiers termes des suites (U_n) et (V_n).

```
Population = [7 * 1.028**n for n in range(50)]
Production = [7 + 0.28 * n for n in range(50)]

def famine(Population, Production):
    n = 0
    while Population[n] ..... Production[n]:
        n = .....
    return 1798 + .....
```

   a) Compléter le script.
   b) À l'aide de la calculatrice, indiquer ce que renvoie `famine(Population, Production)`. Conclure.

