Dorothéa Klumpke

Physique · 1861 – 1942

SECONDE

Le ciel semble tourner de $360°$ en 24 heures. De quel angle une étoile se déplace-t-elle en 40 minutes ?

PREMIÈRE

Le ciel semble tourner de $15°$ par heure. Convertir cet angle en radians. En combien de temps une étoile décrit-elle un angle de $\dfrac{\pi}{3}$?

TERMINALE

La hauteur d'une étoile est modélisée par $h(t) = 30 + 20\sin\left(\dfrac{\pi t}{12}\right)$ (t en heures). Quand est-elle maximale sur $[0\,;24]$? Que vaut ce maximum ?

« 72 » Défi d'honneur · questions · panneau A

Edith Mourier

π Mathématiques et informatique · 1920 – 2017

SECONDE

Edith Mourier a étudié la loi des grands nombres. On lance 600 fois un dé équilibré : combien de 6 peut-on attendre ? On en obtient 90 : quelle est la fréquence observée ? La comparer à la probabilité.

PREMIÈRE

Un dé truqué donne 6 avec la probabilité $\dfrac{1}{2}$ et chacune des autres faces avec la probabilité $\dfrac{1}{10}$. D'après la loi des grands nombres, étudiée par Edith Mourier, vers quelle valeur se rapproche la moyenne d'un très grand nombre de lancers ?

TERMINALE

On lance 4 fois une pièce équilibrée ; X compte les « pile ». Calculer $P(X = 2)$. Obtenir exactement autant de « pile » que de « face » est-il plus probable que le contraire ?

« 72 » Défi d'honneur · questions · panneau A

Arlette Vassy

Sciences de la Terre · 1913 – 2000

SECONDE

L'altitude d'une fusée-sonde est $h(t) = 300t - 5t^2$ (en mètres, t en secondes). Calculer $h(10)$.

PREMIÈRE

L'altitude d'une fusée-sonde est $h(t) = 300t - 5t^2$. À quel instant est-elle maximale ? Que vaut ce maximum ?

TERMINALE

La vitesse d'une fusée-sonde est $v(t) = 300 - 10t$ (en m/s). Calculer la distance parcourue entre $t = 0$ et $t = 30$: $\displaystyle\int_0^{30} v(t)\,\mathrm{d}t$.

« 72 »

Défis d'honneur du panneau A

Quand un dossier porte le bandeau noir **« Dossier d'honneur »**, l'équipe ne tire pas de flashcard : une autre équipe lui lit le défi de la scientifique, au niveau de la classe. 2 minutes, brouillon autorisé, toute l'équipe cherche. La réponse est au verso. Gravé, un dossier d'honneur rapporte 1 point de plus.

Dorothéa Klumpke · Edith Mourier · Arlette Vassy

Edith Mourier

π Mathématiques et informatique · 1920 – 2017

SECONDE

Nombre attendu : $600 \times \dfrac{1}{6} = 100$.

$$f = \frac{90}{600} = 0{,}15$$

$\dfrac{1}{6} \approx 0{,}167$: la fréquence observée est proche de la probabilité.

PREMIÈRE

La moyenne se rapproche de l'espérance :

$$\begin{aligned} E(X) &= \frac{1+2+3+4+5}{10} + 6 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{15}{10} + 3 \\ &= 4{,}5 \end{aligned}$$

TERMINALE

$X \sim \mathcal{B}(4\,;0{,}5)$.

$$\begin{aligned} P(X=2) &= \binom{4}{2} \times 0{,}5^2 \times 0{,}5^2 \\ &= 6 \times \frac{1}{16} \\ &= \frac{3}{8} \end{aligned}$$

$\dfrac{3}{8} < \dfrac{1}{2}$: non, le contraire est plus probable.

Dorothéa Klumpke

Physique · 1861 – 1942

SECONDE

$$\frac{360}{24} = 15^\circ \text{ par heure}$$

$$15 \times \frac{40}{60} = 10^\circ$$

PREMIÈRE

$$15^\circ = \frac{15\pi}{180} = \frac{\pi}{12}$$

$$\frac{\pi}{3} \div \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} \times \frac{12}{\pi} = 4$$

4 heures.

TERMINALE

Le sinus est maximal, égal à 1, quand $\dfrac{\pi t}{12} = \dfrac{\pi}{2}$, soit $t = 6$.

$$h(6) = 30 + 20 = 50$$

Arlette Vassy

Sciences de la Terre · 1913 – 2000

SECONDE

$$\begin{aligned} h(10) &= 300 \times 10 - 5 \times 10^2 \\ &= 3\,000 - 500 \\ &= 2\,500 \end{aligned}$$

2 500 m.

PREMIÈRE

$$h'(t) = 300 - 10t$$

$h'(t) = 0 \iff t = 30$; h' est positive avant, négative après.

$$\begin{aligned} h(30) &= 300 \times 30 - 5 \times 900 \\ &= 9\,000 - 4\,500 \\ &= 4\,500 \end{aligned}$$

4 500 m à $t = 30$ s.

TERMINALE

$$\begin{aligned} \int_0^{30} (300 - 10t)\,\mathrm{d}t &= \left[300t - 5t^2\right]_0^{30} \\ &= 9\,000 - 4\,500 \\ &= 4\,500 \end{aligned}$$

4 500 m.

Rosalind Franklin

Physique · 1920 – 1958

SECONDE

Dans l'ADN, deux paires de bases voisines sont distantes de $0{,}34$ nm. Quelle longueur, en mètres, occupent 3×10^{9} paires ? (1 nm $= 10^{-9}$ m)

PREMIÈRE

La double hélice fait un tour complet toutes les 10 paires de bases. De quel angle, en radians, tourne-t-elle d'une paire à la suivante ?

TERMINALE

Vue de côté, l'hélice suit la courbe de $f(x) = \cos\left(\dfrac{2\pi x}{3{,}4}\right)$. Quelle est la période de f ? Calculer $f'(x)$.

« 72 » Défi d'honneur · questions · panneau B

Geneviève Guitel

π Mathématiques et informatique · 1895 – 1982

SECONDE

Les Babyloniens comptaient en base 60. Que vaut le nombre formé de 2 soixantaines et 30 unités ? Et 60 soixantaines ?

PREMIÈRE

Geneviève Guitel a comparé les numérations du monde entier. Celle des ordinateurs est la base 2 : écrire 45 en base 2.

TERMINALE

Geneviève Guitel a comparé les numérations du monde entier. Combien de chiffres comporte l'écriture en base 2 du nombre $1\,000$?

« 72 » Défi d'honneur · questions · panneau B

Geneviève Jourdain

Ingénierie · 1946 – 2007

SECONDE

Un sonar émet un son ; l'écho revient 4 secondes plus tard. Dans l'eau, le son parcourt $1\,500$ m par seconde. Quelle est la profondeur ?

PREMIÈRE

Le signal d'un sonar vaut $s(t) = 2\cos t$. À quels instants t de $]-\pi\,;\pi]$ vaut-il 1 ?

TERMINALE

Le signal d'un sonar vaut $s(t) = 2\cos(4t)$. Donner sa période et calculer $s'(t)$.

« 72 »

Défis d'honneur du panneau B

Quand un dossier porte le bandeau noir **« Dossier d'honneur »**, l'équipe ne tire pas de flashcard : une autre équipe lui lit le défi de la scientifique, au niveau de la classe. 2 minutes, brouillon autorisé, toute l'équipe cherche. La réponse est au verso. Gravé, un dossier d'honneur rapporte 1 point de plus.

Rosalind Franklin · Geneviève Guitel · Geneviève Jourdain

Geneviève Guitel

π Mathématiques et informatique · 1895 – 1982

SECONDE

$$2 \times 60 + 30 = 150$$

$$60 \times 60 = 3\,600$$

PREMIÈRE

$$\begin{aligned} 45 &= 32 + 8 + 4 + 1 \\ &= 2^5 + 2^3 + 2^2 + 2^0 \end{aligned}$$

En base 2 : 101101.

TERMINALE

$2^9 = 512 \leq 1\,000 < 1\,024 = 2^{10}$.
Le premier chiffre correspond à 2^9 : l'écriture comporte **10 chiffres**.

« 72 » Défi d'honneur · réponses · panneau B

Rosalind Franklin

Physique · 1920 – 1958

SECONDE

$$\begin{aligned} 3 \times 10^9 \times 0{,}34 \times 10^{-9} &= 3 \times 0{,}34 \times 10^0 \\ &= 1{,}02 \end{aligned}$$

Environ 1 mètre.

PREMIÈRE

$$\frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5}$$

TERMINALE

Période : $T = 3{,}4$, car $\dfrac{2\pi(x+3{,}4)}{3{,}4} = \dfrac{2\pi x}{3{,}4} + 2\pi$.

$$f'(x) = -\frac{2\pi}{3{,}4}\sin\left(\frac{2\pi x}{3{,}4}\right)$$

« 72 » Défi d'honneur · réponses · panneau B

Geneviève Jourdain

Ingénierie · 1946 – 2007

SECONDE

Le son fait l'aller-retour en 4 s, donc l'aller en 2 s.

$$1\,500 \times 2 = 3\,000$$

$3\,000$ m.

PREMIÈRE

$$2\cos t = 1 \iff \cos t = \frac{1}{2}$$

$$S = \left\{-\frac{\pi}{3}\,;\,\frac{\pi}{3}\right\}$$

TERMINALE

$$T = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$s'(t) = -8\sin(4t)$$

Radhia Cousot

π Mathématiques et informatique · 1947 – 2014

SECONDE

Un programme reçoit un nombre x tel que $1 \leq x \leq 3$ et calcule $y = 2x - 5$. Dans quel intervalle se trouve y ? Peut-il être nul ?

PREMIÈRE

Un programme reçoit $x \in [-2\,;3]$ et calcule $y = x^2 - 1$. Dans quel intervalle se trouve y ?

TERMINALE

Un programme reçoit $x \in [0\,;2]$, calcule $y = \mathrm{e}^{-x}$ puis $\dfrac{1}{y}$. Dans quel intervalle se trouve y ? La division peut-elle échouer ?

« 72 » Défi d'honneur · questions · panneau C

Sébastienne Guyot

⚙ Ingénierie · 1896 – 1941

SECONDE

Un avion vole avec la vitesse $\vec{v}\begin{pmatrix}120\\0\end{pmatrix}$ et subit un vent $\vec{w}\begin{pmatrix}0\\50\end{pmatrix}$ (en km/h). Calculer la norme de $\vec{v}+\vec{w}$.

PREMIÈRE

Sans vent, la vitesse d'un avion est $\vec{v}\begin{pmatrix}120\\0\end{pmatrix}$; avec le vent, elle devient $\vec{u}\begin{pmatrix}120\\50\end{pmatrix}$. Calculer $\vec{v}\cdot\vec{u}$, puis le cosinus de l'angle de dérive $(\vec{v},\vec{u})$.

TERMINALE

Un avion suit la droite $\begin{cases} x = 120t \\ y = 50t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$ (t en heures, distances en km). En quel point atteint-il l'altitude $z = 5$?

« 72 » Défi d'honneur · questions · panneau C

Marguerite Perey

⚗ Chimie · 1909 – 1975

SECONDE

La masse d'un échantillon de francium 223 est divisée par 2 toutes les 22 minutes. On part de 64 µg. Que reste-t-il après 88 minutes ?

PREMIÈRE

Après n périodes de 22 minutes, la masse de francium est $m_n = 64 \times 0{,}5^n$ (en µg). À partir de quel n a-t-on $m_n < 1$?

TERMINALE

La masse de francium vérifie $m(t) = 64\,\mathrm{e}^{-\lambda t}$ avec $\lambda = \dfrac{\ln 2}{22}$ (t en minutes). Au bout de combien de temps reste-t-il $10\,\%$ de la masse ?

« 72 »

Défis d'honneur du panneau C

Quand un dossier porte le bandeau noir **« Dossier d'honneur »**, l'équipe ne tire pas de flashcard : une autre équipe lui lit le défi de la scientifique, au niveau de la classe. 2 minutes, brouillon autorisé, toute l'équipe cherche. La réponse est au verso. Gravé, un dossier d'honneur rapporte 1 point de plus.

Radhia Cousot · Sébastienne Guyot · Marguerite Perey

Sébastienne Guyot

Ingénierie · 1896 – 1941

SECONDE

$\vec{v} + \vec{w}\begin{pmatrix}120\\50\end{pmatrix}$.

$$\begin{aligned}\|\vec{v}+\vec{w}\| &= \sqrt{120^2+50^2}\\ &= \sqrt{14\,400+2\,500}\\ &= \sqrt{16\,900}\\ &= 130\end{aligned}$$

130 km/h.

PREMIÈRE

$$\vec{v}\cdot\vec{u} = 120\times 120 + 0\times 50 = 14\,400$$

$\|\vec{v}\| = 120$ et $\|\vec{u}\| = \sqrt{120^2+50^2} = 130$.

$$\cos(\vec{v},\vec{u}) = \frac{14\,400}{120\times 130} = \frac{12}{13}$$

TERMINALE

$$\begin{aligned}2+3t = 5 &\iff 3t = 3\\ &\iff t = 1\end{aligned}$$

Point $(120\,;50\,;5)$.

« 72 » Défi d'honneur · réponses · panneau C

Radhia Cousot

π Mathématiques et informatique · 1947 – 2014

SECONDE

$$\begin{aligned}1\le x\le 3 &\implies 2\le 2x\le 6\\ &\implies -3\le 2x-5\le 1\end{aligned}$$

$y\in[-3\,;1]$. Oui : $y=0$ pour $x=2{,}5$.

PREMIÈRE

Sur $[-2\,;3]$, x^2 est minimal en 0 et maximal en 3 :

$$0\le x^2\le 9$$

$$-1\le x^2-1\le 8$$

$y\in[-1\,;8]$.

TERMINALE

$x\mapsto \mathrm{e}^{-x}$ est décroissante :

$$\mathrm{e}^{-2}\le \mathrm{e}^{-x}\le \mathrm{e}^{0}$$

$y\in[\mathrm{e}^{-2}\,;1]$. Comme $y>0$, la division est toujours possible.

« 72 » Défi d'honneur · réponses · panneau C

Marguerite Perey

Chimie · 1909 – 1975

SECONDE

$88 = 4\times 22$: la masse est divisée quatre fois par 2.

$$64\to 32\to 16\to 8\to 4$$

Il reste 4 µg.

PREMIÈRE

$$m_6 = \frac{64}{2^6} = 1 \qquad m_7 = \frac{64}{2^7} = 0{,}5$$

(m_n) est décroissante : $m_n<1$ à partir de $n=7$.

TERMINALE

$$\begin{aligned}\mathrm{e}^{-\lambda t} = 0{,}1 &\iff -\lambda t = \ln 0{,}1\\ &\iff t = \frac{\ln 10}{\lambda}\\ &\iff t = \frac{22\ln 10}{\ln 2}\end{aligned}$$

$t\approx 73$ minutes.

Anita Conti

Sciences de la Terre · 1899 – 1997

SECONDE

Un stock de poissons baisse de $20\,\%$, puis remonte de $20\,\%$. Quelle est l'évolution globale ?

PREMIÈRE

Chaque année, on pêche $10\,\%$ d'un stock et 200 tonnes s'y ajoutent : $u_{n+1} = 0{,}9u_n + 200$, avec $u_0 = 1\,000$. Calculer u_1 et u_2.

TERMINALE

Un stock de poissons suit $u_{n+1} = 0{,}9u_n + 200$. On admet que (u_n) converge. Vers quelle limite ?

« 72 » Défi d'honneur · questions · panneau D

Sophie Germain

π Mathématiques et informatique · 1776 – 1831

SECONDE

Un nombre premier p est dit « de Sophie Germain » si $2p + 1$ est aussi premier. Est-ce le cas de 11 ? de 7 ?

PREMIÈRE

Partant de 2, on applique plusieurs fois la formule de Sophie Germain $p \mapsto 2p + 1$: $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 2u_n + 1$. Calculer u_1, u_2, u_3 et u_4. Sont-ils premiers ?

TERMINALE

Partant de 2, on applique plusieurs fois la formule de Sophie Germain $p \mapsto 2p + 1$: $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 2u_n + 1$. En étudiant $v_n = u_n + 1$, exprimer u_n en fonction de n.

« 72 » Défi d'honneur · questions · panneau D

Isabelle Olivieri

Biologie et médecine · 1957 – 2016

SECONDE

Dans une population, $30\,\%$ des individus portent un gène donné. On choisit deux individus au hasard, de façon indépendante. Quelle est la probabilité que les deux le portent ?

PREMIÈRE

$30\,\%$ d'une population porte un gène. Parmi les porteurs, $40\,\%$ l'expriment ; parmi les autres, aucun. Quelle est la probabilité qu'un individu pris au hasard exprime le gène ?

TERMINALE

$30\,\%$ d'une population porte un gène. On prélève 10 individus (tirages indépendants) ; X compte les porteurs. Donner la loi de X, son espérance et $P(X = 0)$.

« 72 »

Défis d'honneur du panneau D

Quand un dossier porte le bandeau noir **« Dossier d'honneur »**, l'équipe ne tire pas de flashcard : une autre équipe lui lit le défi de la scientifique, au niveau de la classe. 2 minutes, brouillon autorisé, toute l'équipe cherche. La réponse est au verso. Gravé, un dossier d'honneur rapporte 1 point de plus.

Anita Conti · Sophie Germain · Isabelle Olivieri

Sophie Germain

π Mathématiques et informatique · 1776 – 1831

SECONDE

- $2 \times 11 + 1 = 23$, et 23 est premier : **oui** pour 11 ;
- $2 \times 7 + 1 = 15 = 3 \times 5$: **non** pour 7.

PREMIÈRE

$$u_1 = 2 \times 2 + 1 = 5$$
$$u_2 = 2 \times 5 + 1 = 11$$
$$u_3 = 2 \times 11 + 1 = 23$$
$$u_4 = 2 \times 23 + 1 = 47$$

Ces quatre nombres sont premiers.

TERMINALE

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= u_{n+1} + 1 \\ &= 2u_n + 2 \\ &= 2(u_n + 1) \\ &= 2v_n \end{aligned}$$

(v_n) est géométrique de raison 2 et $v_0 = 3$:
$v_n = 3 \times 2^n$.
Donc $u_n = 3 \times 2^n - 1$.

Anita Conti

⊕ Sciences de la Terre · 1899 – 1997

SECONDE

$$0{,}8 \times 1{,}2 = 0{,}96$$

$0{,}96 - 1 = -0{,}04$: une baisse de $4\,\%$.

PREMIÈRE

$$u_1 = 0{,}9 \times 1\,000 + 200 = 1\,100$$
$$u_2 = 0{,}9 \times 1\,100 + 200 = 1\,190$$

TERMINALE

La limite ℓ vérifie $\ell = 0{,}9\ell + 200$:

$$0{,}1\ell = 200$$
$$\ell = 2\,000$$

Le stock se stabilise à $2\,000$ tonnes.

Isabelle Olivieri

Biologie et médecine · 1957 – 2016

SECONDE

$$0{,}3 \times 0{,}3 = 0{,}09$$

PREMIÈRE

$$\begin{aligned} P(E) &= P(G) \times P_G(E) \\ &= 0{,}3 \times 0{,}4 \\ &= 0{,}12 \end{aligned}$$

TERMINALE

$X \sim \mathcal{B}(10\,;0{,}3)$.

$$E(X) = 10 \times 0{,}3 = 3$$

$$P(X = 0) = 0{,}7^{10} \approx 0{,}028$$